

10

Total hojas:  
2 + enunciados

Nombre	Carrera	Comisión

**ANÁLISIS NUMÉRICO I - Examen Final N°3 - 6 de Agosto de 2010**  
**Exámen a libro y notas cerrados pero a calculadora prendida**

Alumnos regulares: Hacer los ejercicios 3-4-5 y 6.
Alumnos libres: Realizar todos los ejercicios del 1 al 6.

- Construir el polinomio de Taylor de orden 2 de  $f(x) = 2x \cos(x) - (x - 2)^2$  alrededor de  $x = 0$ . (10 puntos)
  - Usar el polinomio obtenido en (a) para aproximar  $f(0.4)$ . (5 puntos)
  - Dar una estimación del error cometido en (b), usando la fórmula del resto. (10 puntos)
- Considerar la función  $f(x) = x \exp(-x)$ . Dados los siguientes pares de valores de la misma:

$x$	0.0	0.6	1.0
$f(x)$	0.00	0.33	0.37

- Calcular el polinomio interpolante de orden dos en la forma de Newton. (10 puntos)
  - Utilizar el polinomio para aproximar  $f(x)$  en  $x = 0.8$ . (5 puntos)
  - Estimar el error cometido en (b), en términos de la derivada de orden 3, independiente de  $\xi$ . (10 puntos)
- Construir una regla de cuadratura de la forma

$$\int_{-1}^1 x f(x) dx \approx A_0 f(-1) + A_1 f(0) + A_2 f(1),$$

- que sea exacta para polinomios de grado menor o igual que 2. (15 puntos)
- Utilizar dicha regla para aproximar  $\int_{-1}^1 x^2 \exp(-x^2/2) dx$ . (10 puntos)
- Dada  $f(x) = 2 \sin(x) + 1 - x$ ,
    - Mostrar que  $f(x) = 0$  tiene una única raíz positiva y determinar graficamente un intervalo que la contenga. (10 puntos)
    - Realizar tres iteraciones del método de bisección para calcular la raíz del item (a). (15 puntos)

- Según la ley de Hooke, la fuerza necesaria para extender un resorte una longitud  $x$  es proporcional al desplazamiento respecto a su longitud natural  $l_0$ , es decir  $F = k(x - l_0)$ . Se realizan mediciones de elongación para distintas fuerzas y se obtiene la siguiente tabla

$x$ [m]	0.12	0.14	0.16	0.19
$F$ [N]	2.3	4.8	7.4	9.8

Determinar, mediante un ajuste de cuadrados mínimos, la constante elástica  $k$  y la longitud natural  $l_0$  del resorte. (25 puntos)

- Enunciar y demostrar el "Teorema de la aplicación contractiva", que garantiza la existencia y unicidad del punto fijo de una dada  $f$ . (25 puntos)

1a	1b	1c	2a	2b	2c	3a	3b	4a	4b	5	6	TOTAL
/	/	/	/	/	/	15	10	10	15	25	25	100